

マイナス

ロ値依存症のアナタに捧ぐ

~~ゼロ~~から始める

医学・生物統計

大橋 渉 ● 著



中山書店

はじめに

p 値依存症のアナタに捧ぐ

❖ 日常的光景とは？

表紙のような光景は、実は現場では頻繁に発生しているかもしれない。少なくとも筆者の知る現場では、よくみかけた光景である——

「明日は〇〇学会の抄録の締切日です。このデータで何かをいえませんか？」

「1 か月後までに、とにかくどこかの英語論文で accept をもらわないと卒業できません。このデータで有意差を出してくれませんか？」

「卒論の締め切りが1 週間後です。このデータで何かいってくれませんか？」
(and so on…)

——少々たとえは悪いが、これではまるで救急病棟に「緊急です」と担ぎ込まれてきたものの、すでにどうにも手の施しようがない状態であった…といわざるを得ない。筆者としてはどうにも手の施しようがない(その理由は色々あるので本編にて)ことを告げつつ、処置(?)をお断りすると——

「これだけのデータがあるのにどうして解析できないのだ！」

——などと怒鳴られたりもしたものである。まあ、確かに統計的検定などは数値と群の層別変数があれば成立するが、求められた p 値が説得力をもつかどうかは定かではない。それでも、ほとんどの人々には処置不能である理由を説明することでご理解いただけるが、なかにはご理解いただけない人々も存在する。とりわけ、サンプル数が多かったりすると「解析不能」であることを告げたときに——

「これだけのデータがあれば十分だろう！」

——と、どうしても納得していただけない場合が多い傾向がある。これは、**サンプル数は多ければ多いほどよい**という、**ありがちな勘違い**によるものである。

これらの例にかぎらず、実は統計学を学んでいる(いない人も含め)人々のな

かには、さまざまな勘違いが散見される。表紙の冷や汗をかいている医師の頭上の正規分布の式は…よくみると記憶が曖昧だったりする。こちらの正規分布などは、ほかの多くの公式と同様――

「何となく頭にはあるけれども、実は正確に覚えていない」

「何に用いてよいかわからない」

――ものの代表であろう。

あくまで筆者の意見だが、理論や公式は知っているに越したことはないが、すべてを完璧に知らなくとも医学研究や統計処理は行えると考えている。少なくとも、**ソフトウェアの力を借りながら統計処理を進めていくうえで最低限の知識があれば**問題はないだろう。ソフトウェアに対し何を命令しているかさえも理解せずに用いているのは論外であるが、少なくとも、線形代数や数理統計学から完璧に理解している必要まではないということである。

ただし、知らない部分や記憶が定かではない部分に関しては、その都度放置せずに確認することは必要である。

❖ 知識と意識のマイナス

筆者の講義には、自称知識ゼロの受講生が多い。もちろん多分に謙遜も入っているのだろうが、統計学において知識がゼロの人という人は、少なくとも筆者はみたことがない。理由は…**少なくとも、相加平均(普通の平均値)の出し方を知らない人をみたことがない**からである。平均値の求め方は立派な統計学であり、これを知っているということは少なくとも知識がゼロではない。自他ともに認める数学アレルギーかつ数学大嫌いな筆者の強妻(?)でさえも、平均値の求め方は知っている。しかしながら、知識がマイナスの人ほどどれほどみてきたかわからない。たとえば、医学分野ではおなじみの p 値に関しては「 **$p < 0.05$ だから差がある**」と言い切っている人々などは、知識マイナスの典型例であろう。上述のサンプル数の問題や95%信頼区間の考え方、さらには5段階の順序カテゴリデータに対する平均値や標準偏差など、知識マイナスの事例は数知れない。筆者も多くのマイナス知識を抱えてスタート



し、現在でも、もしかしたらマイナスを抱えている…かもしれない？ 実は、知識マイナスの状態は、筆者も含めすべての学習者が通り抜けるべき道ではないだろうか？

95%信頼区間とは

たとえば、得られた値が P であった場合に、95%信頼区間は——

$$P - 1.96 \sqrt{\frac{P(1-P)}{n}} \sim P + 1.96 \sqrt{\frac{P(1-P)}{n}}$$

——で示される。 n はサンプル数であり、 n が大きいほど 95%信頼区間は狭くなる(=雑定の精度がよくなる)。

なお、95%の確率で真の値がこの区間に含まれるのではなく、**100 回測定(実験)を行ったら、95 回はこの区間に真の値を含むと考えられる区間**という意味である。

また統計学は、医療系の大学では必修科目として君臨し、その他学部でも「企業が学生に学んできてほしい科目 No.1」として、**社会的にはそれなりの存在感を示している**。さらには経済学、社会学、商学、教育学、心理学…文学とあらゆる分野において統計学が英語と同じぐらいに共通言語として君臨しており、これを知っていることで就職や転職などに有利になることもある…と、大々的に報じられていたりもする。

ところが統計学は、英語と比較するのがバカらしくなるほど**初等・中等教育(高等学校課程まで)においてはほとんど相手にされていない分野である**。大学入試では出題されず、教科書の最終章に追いやられた挙句、「選択科目なので学びません」と、全国の高等学校から「存在しているが認められないもの」「教科書のオマケ」とみなされている始末である。統計に通じる確率分野もまた、高校1年生の3学期に「時間切れ」や、挙句には1学期の段階で「確率は授業でやりません！」と宣言されている例もあるほどである。しかし、進学した途端に「必修です」「知らなければ論文が書けません」、就職した途端に

「大学時代に学んできてほしかった」…なんていわれても…？ いずれにしても、統計学を学ぼうとする人々のなかには、少なからず初等・中等教育段階までのマイナスイメージが残っていたりする。指導者としては、まずはマイナスイメージの払拭から始めなければならないという点を、特に初心者向けの指導者ほど自覚する必要があると認識させられたものである。

❖ 検定で挫折してしまう初心者

筆者が講師を勤めている、初心者向けの医学・生物統計の講義の出席者に尋ねたところ、統計に関する書籍を購入した経験がない人は皆無であった。まあ、有料の講義に出席するような勉強熱心な人々なのだから、書籍の購入経験があるのは頷けるが、なぜか「すべて読破した」人もまた皆無であった。しかも、ほとんどの皆様が「 χ^2 検定」「 t 検定」と、比較的前半の項目で挫折しているのである。その原因の詳細は本編を参照いただくとして、確かに統計的検定における「予定調和」的な考え方は、我々が習ってきた数学にはそぐわない考え方であろう。そもそも、我々が小学校～高等学校における算数・数学教育で「是」とされてきたものは、確実に存在する回答を素早く求めるための知識であり、明らかに予定調和とは一線を画すものである。それら統計学の「不確かさ」を理解するためには、学習者にも意識のパラダイムシフトが求められる部分である。

いずれにしても検定で挫折する人が多く（しかも比較的前半？）、検定統計量の考え方や公式よりも、実は「**予定調和的な検定の考え方**」こそが、**挫折の最大の原因ではないか**…というのが、筆者なりの推測である。

❖ 本書の目指すところ

本書は、市場にありがちな「ゼロからの How to 本」ではない。趣旨や目的が異なるため、いわゆる多重比較や回帰分析、生存時間解析などの話題はほとんど掲載していない。仮にそれらの知識が必要であるという皆様は、すでに本書

の読者対象とする人々ではない。ぜひとも、市場にたくさん存在する良書を手にとって学習していただければと思う次第である。その代わりに、医学・生物統計学以外の皆様にも楽しく読める内容になっているので、特に「統計的検定」の考え方に挫折してしまった皆様にはおすすめしたい。

では何か…といえば、一気飲みならぬ**一気読み**ができる本を目指している。まずは、あらゆる意味の**パラダイムシフト**の必要性を理解していただき、手に取ったら一気に読めてしまうような、もっと欲をいえば、一気に読み終えてしまいたくなるような書籍を目指して書こうと思う。そこで本書は――

- ❶ 統計学の存在感と重要性を認識していただく
- ❷ 統計的検定の原理(予定調和の意味)を理解していただく
- ❸ そのうえで、検定よりも大切なモノを理解していただく

――以上の3点を目的としている。さらには、市場にたくさんある良書を読めるだけの知識、読みたくなるような意欲を注入できれば筆者冥利に尽きるというものである。

学会で発表や講演を聞き、「今度こそやるぞ!」と統計の本を買い求めたが、帰りの新幹線で1章を読まないうちに寝込んでしまい、いつのまにか本棚に消えてしまった…そのような経験の持ち主の方にこそ、本書を手にとっていただきたい。

もちろん、こちらの“はじめに”は、本編を書き始める前に書いていることはいうまでもない。**本編をすべて書き終わった後で、後付け的に“はじめに”を書くようなマネはしていないので…**

(この一言については、本書を読み終わった段階できっと笑えるようになっているだろう!)

大橋 渉

目 次

第1章 統計学あれこれ

1. 確率・統計の存在感……………2
2. 統計学は難しい？……………16

第2章 データをどう扱う？

1. データ四方山話……………26
2. データの種類と処理方法……………34

第3章 統計的推定・検定とは？

1. p 値と検定……………48
2. 依存症と戦う？……………67

第4章 分布と検定

1. それでも理論は無視できない！……………74
2. 分布と検定……………78

第5章 医学研究のデザインとは？

1. 医学・生物統計学とは……………114
2. バイアスだらけ？……………123
3. 研究デザインの重要性……………132

1

確率・統計の存在感

学校と社会の扱い

本書は統計の読み物(としたつもり?)であるが、初等・中等教育(高等学校まで)においては、確率・統計という分野で構成される、さらには統計的推測をはじめとした統計学には確率がつき物である点を考慮して、まずは確率の教育的側面(?)から始めよう。

別に統計をやるためには確率なんて不要ではないか…などと堂々と話す人々もいるようであるが、実は確率と統計は表裏一体、確率の知識なくして統計は語れない。確率と聞いて、野球の打率やパチンコなどギャンブルの大当たり確率ぐらいしか思い浮かばない方もいらっしゃるかもしれないが、実はそれ以上に皆様にとっておなじみのものがある。医学・生物統計学には必ずついて回り、皆様が頭を悩ませ、なぜかこれがないと不安だという人がやたら多い、「 p 値」である。統計処理を行う皆様のほぼ全員が「 p 値」「ピーチ」と連呼しているものの、実は p 値とは何かの確率であるということを、知らずに用いている人もいたりする。 p 値の p は probability(確率)の p だということも、知らないけれど用いている人は意外と多かったりするのである。**この p 値が大活躍する、推測統計学(→ p.124)の世界は、確率的理論の上に成り立っていることを忘れてはならない。**

というわけで、まずは統計と同じフィールドで語られる、確率の取り扱いについてのお話である！

❖ 高等学校における存在感

2006 年、一部の高等学校においてトンデモナイ事態が発生した。本来必修として学ぶべき世界史の時間を、学校や教師の判断により勝手に数学に振り替えていたことがバレてしまい、文部科学省より大目玉を食らってしまったのであった。その数は実に 46 都道府県、800 万人にもなったと推計されているが、



似たような話は1980年代から報告されているため、実際にはもっと存在するのは間違いない。学校としては、たとえ必修科目であっても入試には関係のない世界史の時間を流用して、数学の受験対策のための学習時間を確保したかったということらしい。結果的に世界史の補習を一定時間以上行うことやレポートを義務づけられる形にはなったものの、まともに学習指導要領に従ってきた学校の関係者からは「受験偏重だ!」「不公平だ!」と批判を受けたのであった。さらに歴史学者や全国の歴史の先生方は大変ご立腹であり、「明らかな軽視だ!」「歴史をバカにしている!」などとモノ申したのである。ニュース番組のなかでは教師をはじめとした歴史の関係者が、「高校生が歴史を軽視するようにならないか心配である」と、神妙な面持ちで語っていたのを記憶している。

たとえば、筆者は高等学校時代に、化学の授業において教科書の最後にある「高分子化学」を教えてもらえなかった。当時の教師いわく、単に「やりません」という物言いだったが、やたらと自習が多すぎて学年末に時間が不足してしまったということは誰の目にも明らかであった。この教師は決して高分子化学を軽視していたわけではなく、あくまで授業計画のまずさにより時間が不足したというだけであろう。(好意的にみれば)時間さえあればやりたかったに違いないのであり、意図的に指導計画から除外したわけではない。現在であれば「指導能力に欠ける」というような評価をされてしまうかもしれないが、少なくとも今回の世界史の場合のような大目玉は食らわないだろう。実際に筆者もそうであったが、生徒の誰かが高分子化学を軽視したという話などは当時から聞いたことがない。

このように、世界史の時間を意図的に数学に振り替えてしまった場合には、バレてしまったときに大目玉となってしまうのであるが、**ならば確率の時間を方程式やベクトル、微分・積分などに振り替えてしまった場合はどうなのだろうか?** つまり、同じ数学の時間内で一部単元が食われてしまった場合には大目玉とはならないのだろうか? たとえば筆者も所属する統計学会の、統計教育分科会の人々は初等・中等教育段階における確率・統計の軽視を嘆き、その重要性を訴え続けているが、それは同時に、そうしなければならぬ状況にあるということにほかならない。先の歴史関係者の言葉を借

りるならば、「生徒が確率を軽視するようにならないか心配である」ということである。

実際に確率軽視の実態をおみせしよう。表1-1は筆者が勤務先の医学部の新入生に対し実施したアンケート結果を一部抜粋したものである。通常、普通高校の1年生にとってはほぼ必修科目である、「数学A」に当てられた確率分野の学校時代の扱いに関するものは、どうもネガティブなものばかりであった。数学A最後の単元で、先の高分子化学と同じような位置づけにあるということも手伝ってか、時間切れによる履修漏れが38%にもなったのである。半数以上の生徒が耳にした「重要でない」という発言に関しては、「あくまで入試において」という前提があったものと好意的に解釈することにしても、実際に統計はともかく、確率は大学入試においては、二次試験でも私立大学の入試でも出題されている。早い話が、表1-1の23.7%の生徒に対し数学教師は、「確率は捨てなさい」「入試に必要な人は塾か予備校で教えてもらいなさい」ということなのだろうか？ 統計が軽視される理由として「入試に出題されない」は容易に推測できるが、こうして確率も軽視されている現状を考えた場合、必ずしも入試だけが原因ではないように思える。

表1-1 数学Aにおける確率の扱いはどうだったか(新入生120人に複数回答)

回答の内容	回答数	%
教師が確率は重要ではないといった	68	56.6
センター入試で確率を選択するなといわれた	20	16.7
時間切れで確率を一部、もしくは全部履修しなかった	46	38.2
重要でないという理由で確率の授業がなかった	28	23.7

先日、統計教育分科会のシンポジウムで知り合ったニュージーランドの教員いわく、「常にカリキュラム委員によるチェックが厳しい。もしもニュージーランドで勝手なカリキュラム変更などをしたら教師のクビが飛ぶ」と話していた。もしもニュージーランドと同じ扱いだったら、日本ではどれほどの数学教師のクビが飛ぶだろう？ もっとも、監視機能があれば勝手な変更はしないだ



ろうが….

❖ マイナスイメージの構築

以上、一応数学 A の履修時には必修とされている確率分野でさえも、高等学校における扱いは以上の通りである。で、必修科目ではない統計の扱いはといえば、まあ話題にさえ出てくることもないが…推して知るべしであろう。数学 B における「統計とコンピュータ」、数学 C における「確率分布」「統計的推測」などの統計分野は選択されることもなく、なぜか教科書の最後に掲載だけはされているのである。まずは「履修しなくてもいい分野」として、数学 B の教科書を受け取った後 1 年間も君臨し、さらには数学 C におけるもう 1 年の君臨で、「履修しなくてもいい分野」としてトドメを刺されてしまう。もしも興味をもった高校生からの問い合わせに対し、教師は「これは学校が決定する選択科目だから、うちの学校では選択していない科目なのです」と説明してくれればまだいいが、もしも「やらなくていい」「入試に出ない」という程度の回答に終始しているとすれば…高校生の皆様が「やらなくてもいいもの」と受け止めるのも至極当然である。入試が終わって医学部に入学しました、一般教養で統計学がありました、いきなり医学研究では重要ですよといわれました、では統計学の重要性を示せないだろう——

「高校時代にやらなくていいっていわれたのに、今頃重要って何？」

——まあ、そう思われても仕方がない。いらないといわれてきたのに、いまさら大事といわれて、しかも必修だなんて、これをやらないと卒業できないなんて思った学生もいるのではないだろうか？

どうやら高等学校においては、統計は選択科目として存在感ナシ、必修の確率でさえも軽視といった状況はご理解いただけたかと思う。だが、確率も統計も、多くの高等学校が世界史の時間を食ってまで増やしたがった数学の一部なのである。それでも学ばれない、存在感がないということは、高等学校関係者が学ぶことのメリットを感じていないということにほかならない。実際に

2011年度の国公立の2次試験、および私立の医学部において、統計はごく一部の学校で選択問題の一部になっているだけであり、必修としているところは1か所もない。早い話が統計は知らなくとも入試にはまったく影響しない、ならば貴重な時間を費やす必要はないと、これまた学ばれないのは至極当然なのである。高等学校としては、「統計が必要な人は、大学に入ってからじっくりと学んでください」といいたいところなのだろうが、ならば入学後にじっくりと学びたくするような形で、高校生の皆様に接しているのであろうか？ 入試において重要でないという理由だけで、いかにも社会において必要のないものであるかのように位置づけてしまいかねないような指導(?)の果てに「後は大学で」というのでは、あまりにも無責任であろう。せめて教師には――

「入試には直接関係がないので今は時間を掛けられませんが、大学に進学した後や社会では必ず研究や仕事で必要になります」

――程度のことは言ってほしい。いや、いえるようになってほしいものである。

音楽グループにおいて、ボーカルでない、さらに作詞・作曲や楽器も担当しないメンバーが「必要ない」などと^や擲^ゆされることがある。実際にある音楽グループのコンサートで、普段から擲^ゆされていたメンバーが病欠したことがあった。それでもコンサートが予定通りに行われたことにより、以前にも増して擲^ゆされることになったメンバーは、厳しい現実を知り自ら脱退したらしい。存在していることで人目にはさらされるものの、相手にされることはない…高等学校における統計は、現状ではまさしく脱退したメンバーそのものである。ならば最初から負のイメージを与えないためにも、現状のままの扱いであるならば、いっそのこと高等学校の教科書から「脱退」させるほうがよいのではないだろうかと考えてしまうのは筆者だけか？ もっと活躍の場を与えられるのであれば別であるが…。

❖ カンバンに偽りあり！

一方、受け入れ側の大学では「医学統計学」「生物統計学」「保健統計学」など



ある大学院・統計学のキケンな授業？

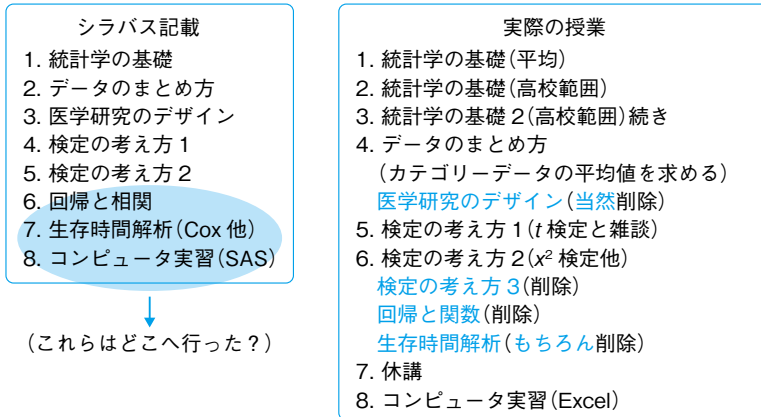


図 1-1 これもまた日常的光景？

と立派な看板を掲げているが、実際には「平均値とは何か」「標準偏差の意味」などの説明から始めなければならない。正確には「高等学校段階の統計の基礎」に、多くの時間を費やしてしまっているため、**最も重要な研究デザインの話や、医学・生物統計に特有の手法などを教える時間を捻出することはまず不可能である**。加えて、「教科書の最後に掲載されていたオマケ程度の分野」に対するモチベーションは低く、講義の進行も決してスムーズとは行かない。時に学科によっては、数学を学ばないまま(たとえば面接と小論文だけなど)入試を通ってくる学生もいるため、そのような場合は医学や生物、保健とは関係のない「数学の基礎」だけで終わってしまうこともある。基本部分に時間を費やせば、高等学校の確率と同様、ここでも最終的には時間切れを引き起こしてしまう。とはいえ、統計の基礎はおろか、まともに数学さえ学習していない学生に医学統計の講義を行うのも厳しいものがあり、やはり基礎は無視できないという側面もある。かぎられた時間内にシラバス通りの講義を実施できているという事例はほぼ皆無であり、大学(時に大学院)における医学統計の講義は、その内容の半分以上は高等学校の学習範囲だったりする(図 1-1)。学生用のシラバス(講義内容を記したもの)には「Cox の比例ハザードモデル」

マイナスから始める^{はじ}
^いがく ^{せいぶつとうけい}
医学・生物統計

2012 年 5 月 25 日 初版第 1 刷発行 © [検印省略]

著者 ——— おおはし わたる
大橋 渉

発行者 ——— 平田 直

発行所 ——— 株式会社 中山書店
〒113-8666 東京都文京区白山 1-25-14
TEL 03-3813-1100(代表) 振替 00130-5-196565
<http://www.nakayamashoten.co.jp/>

本文デザイン ——— ビーコム

装丁 ——— ビーコム

カバーイラスト ——— 須賀原洋行

印刷・製本 ——— 三報社印刷株式会社

Published by Nakayama Shoten Co., Ltd.

Printed in Japan

ISBN 978-4-521-73479-8

落丁・乱丁の場合はお取り替え致します

本書の複製権・上映権・譲渡権・公衆送信権(送信可能化権を含む)
は株式会社中山書店が保有します。

JCOPY 〈(株)出版者著作権管理機構 委託出版物〉

本書の無断複写は著作権法上での例外を除き禁じられています。

複写される場合は、そのつど事前に、(株)出版者著作権管理機構

(電話 03-3513-6969, FAX 03-3513-6979, info@jcopy.or.jp) の許諾を
得てください。

本書をスキャン・デジタルデータ化するなどの複製を無許諾で行う行為は、著作権法上での限られた例外(「私的使用のための複製」など)を除き著作権法違反となります。なお、大学・病院・企業などにおいて、内部的に業務上使用する目的で上記の行為を行うことは、私的使用には該当せず違法です。また私的使用のためであっても、代行業者等の第三者に依頼して使用する本人以外の者が上記の行為を行うことは違法です。
